

物理学者長岡半太郎の1900年代～1920年代における 地震研究の理論的手法の再検討

菱木 風花

¹ 一橋大学大学院言語社会研究科博士後期課程

² 国立科学博物館理工学研究部特別研究生

〒305-0005 茨城県つくば市天久保4-1-1

ld211008@g.hit-u.ac.jp

Reexamination of Theoretical Methods Employed by the Physicist Hantaro Nagaoka for Earthquake Studies from the 1900s through the 1920s

Fuuka HISHIKI

¹ Graduate School of Language and Society, Hitotsubashi University

² Department of Science and Engineering, National Museum of Nature and Science

4-1-1 Amakubo, Tsukuba, Ibaraki 305-0005, Japan

e-mail: ld211008@g.hit-u.ac.jp

Abstract This paper aims to reexamine the theoretical methods employed by the physicist Hantaro Nagaoka (1865–1950) for earthquake studies from the 1900s through the 1920s by conducting an in-depth analysis of his academic papers. He used two theoretical methods for earthquake studies. One used the principle of elasticity studies against the background of the current that succeeded in France in the first half of the 19th century. The other defined potential functions and explained phenomena from continuous equations of the nature of waves against the background of new currents that emerged in Britain or Germany from the mid-19th century onwards. The differences between these methods were not related to his research subjects or the timing of his research activities. He tried to understand and explain local natural disaster phenomena such as earthquakes through both kinds of theoretical methods.

Key words: Hantaro Nagaoka, earthquake studies, history of science in modern Japan

1. はじめに

長岡半太郎（1865–1950年）は、1903年～1906年の期間に行っていた土星型原子模型の研究で最もよく知られる物理学者であるが、そのほとんど同時期に日本の地震や津波についての理論的な研究を始めていた¹⁾。

長岡の個人資料は、国立科学博物館所蔵「長岡半太郎資料」（以下、「長岡資料」）として整理され

ている。近年の「長岡資料」の活用の可能性を再検討する調査研究の結果から、同博物館に所蔵されている長岡が研究活動を行っていた期間に使用していたノート類のなかで、地球物理学研究、特に地震研究に関するものが最も多いことがわかっている²⁾。こうした地震研究に関するノート類の質的分析が、長岡研究における残された課題の一つであるといえる。長岡の地震研究についてのノート類の内容は、学術論文などの形で研究成果として公開する前の段階と思われるものが多い。ノート類の質的分析の土台として、研究成果とし

て公開された内容の詳細な把握が必要である。

しかし、長岡の一連の地震研究に焦点を当てたこれまでの科学史研究では、長岡の地震研究の理論的な研究傾向を大掴みに捉えて考察していることにすぎず、各研究テーマにおいて具体的にどのような数式や手順が取られているかについて踏み込んだ上での検討は行われていない。

こうした問題意識を踏まえて、本稿は、長岡の地震研究のなかで1900年代～1920年代の学術論文を対象としてその内容を詳細に分析することで、長岡の地震研究に用いられている理論的手法について再検討することを目的とする。

本稿は次の構成を取る。まず、第2節において、長岡の地震研究についての先行研究の課題を示す。これを踏まえて、第3節では長岡の地震研究の最初の論文である1900年論文とその次に発表した1903年論文について分析する。第4節では、第3節で分析した論文それぞれの理論的手法がどのように引き継がれているかに着目して、その後の一連の論文について分析する。第5節で本稿の結論と今後の展望について述べる。

2. 先行研究とその課題

長岡の地震研究については、『長岡半太郎伝』の共著者の一人で国立科学博物館での「長岡資料」の担当者でもあった木村東作によって、長岡が1905年～1912年に発表した一連の論文の内容の概略が示されている。この上で、木村はそれらの論文の論旨の進め方がおおそ次のようであると解説している。

最初に一般的な微分方程式を書きおろして、解（近似解）を求め、伝搬速度とか変位とかいう論述の中心となる物理量を与える式を導く。次にそれを地震波に応用していろいろな考察を進めるのである。すなわち、数理物理学的な手続きができるような発想（モデル）から出発して、それを作業仮説として解を求め、実際の地震についていろいろな指摘や推測を進めるというやり方である³⁾。

この上で、木村は地震研究における長岡の発想の根底には、物理学者ケルヴィン卿（William Thomson, Lord Kelvin, 1824–1907）などによって展開された「弾性体の振動論およびその地球物理学

への応用という意図」があったと推測している。木村は、弾性体の振動論、つまり弾性論を長岡が地震研究に用いた背景に、長岡は応用数学者あるいは理論物理学者として、当時の西洋において発展していた弾性論に強く影響を受けていたことを挙げている⁴⁾。

以上の木村の検討では、具体的にどのような数式や手順が取られていたかについては示されていない。また、長岡の地震研究の傾向として弾性論を用いていることを特徴としているが、その根拠としては長岡が受けた科学研究上の影響の背景を述べることに留まっており、十分な検証は行われていないといえる。

本稿では、上記の先行研究の課題を踏まえて、長岡の地震研究の各テーマに用いられている数学的な形式や考察の手順まで踏み込んだ分析を行うことで、1900年代に始まる長岡の地震研究の理論的な手法に見られる傾向とその展開をより細密に検討する。また、木村が地震研究と区別している同時期の地震による津波など、地震によって引き起こされる自然現象やその解明を目指した内容に関する論文についても、地震研究と同様の理論的な手法を用いている場合は分析の対象とする。

3. 1900年論文、1903年論文に用いられている理論的手法：1905年以降の論文の分析の足掛かりとして

3.1 本節の目的

長岡の地震研究は、震災予防調査会の調査事業として始まった^{*1)}。他にも地磁気や重力測定といった震災予防調査会の調査事業をきっかけとして長岡個人の研究テーマとなっていくテーマも見られるが、震災予防調査会の事業以降の論文数が最も多いテーマが地震研究である。

長岡の地震研究に関する最初の論文は、1900年に発表した「岩石の弾性定数と地震波の伝搬速度」(以下、論文[A]とする)である⁵⁾。長岡は、

^{*1)} 震災予防調査会は、濃尾地震が契機となって、1892年に創設された日本初の国家直轄の地震災害の研究機関である。長岡は、震災予防調査会の創設時の初代委員の一人であり、また、いくつかの調査事業を担当したことが知られている。泊次郎, 2015. 『日本の地震予知研究130年史：明治期から東日本大震災まで』。東京：東京大学出版会。58–79。

震災予防調査会の調査事業の一環として、岩石の弾性率の測定から地震波の伝搬速度を導出する実験的な研究を行っており、論文[A]はその成果を報告したものである⁶⁾。次の地震研究に関する論文は1903年の論文「津波について」(以下論文[B]とする)であり、これも震災予防調査会の事業として行った津波の振動と湖水の表面に観測される定常的な振動(セイシ)に関する調査についての報告を踏まえて書かれたものである⁹⁾。論文[B]を発表以降、長岡は1905年の論文を皮切りに、震災予防調査会等の調査事業としての研究と並行して個人の研究テーマとしても地震研究を展開していく。

論文[A]は実験による研究方法を用いた論文、論文[B]は観測による研究方法を用いた論文であり、いずれも理論的な研究をテーマとはしていないが、ここで見られる計算や考察の過程では、これらの論文以降の地震研究の論文に通ずる理論的な手法の原点となる特徴が見られる。

以上を踏まえて、本節では長岡の地震研究の論文について再検討する足掛かりとして、論文[A]と論文[B]に見られる理論的な手法について分析する。

3.2 1900年論文に用いられている理論的手法

長岡は、論文[A]の冒頭で研究の目的を論じている。論文[A]の冒頭は1900年代における長岡の地震研究の出発点であり、本節において重要であるため、以下にその冒頭を引用する：

地球の地殻の振動は、長い間、弾性学者たちにとって重要な議論の課題である。また、擾乱の伝搬は、理論的な側面と実験的な側面の両面から解決されることを、長い間望まれている。最近、実験装置の向上に伴い、地震学者たちがより許容できる精度を持った伝搬速度を決定したが、振動が伝搬する媒質の弾性的性質はほとんど知られていない。物理学者たちと地震学者たちが導き出した理論的推論はわずかであるため、地殻を構成する多くの岩石の中で物理学的な側面による研究がされているものは、ごく数種類の最も一般的な岩石にすぎない。地殻の変形に深く関係した、弾性学における課題は、ケルヴィン卿やブシネスク、セルッティ、チュリーといった著名な弾性学者たちによって、繰り返し研究

されている。しかし、私たちは、私たちの惑星を覆っている多様な岩石の弾性学的性質に関する、実験的な知識が不足していることにより、精密な分析結果を実験的な問題を適用する試みに挫折する。本実験は、これら[精密な分析結果と実験的な問題]の隔たりを埋めるための視点を与えるために行われたものである。また、本実験は、力学を地質学的現象の研究に適用するという目標を持つ物理学者たちの希望に即し、地震波の伝搬に関する問題の解決を熱望する地震学者たちの要求に応えるために行われたものである⁷⁾。

ここでは、長岡は「地殻の振動 (the vibration of the earth's crust)」や「擾乱の伝搬 (the propagation of seismic disturbance)」に関する研究動向について言及した上で、従来の研究の問題点を述べている。長岡は、地殻の振動は弾性学者らによって、擾乱は地震学者らによって、それぞれ長い間議論されてきた事象であるが、岩石の弾性的な性質についての知識が不足しているために、彼らの「理論的推論 (their theoretical inferences)」は希薄なものにとどまっていると述べている。

冒頭について本稿で特筆すべきことは、長岡が19世紀の西欧で数理物理学的な研究を行った人物を「著名な弾性学者」として挙げ、彼らの研究を踏まえた上で論文[A]の研究の意義を述べようとしている点である。特に、ブシネスク (Joseph Valentin Boussinesq, 1842–1929) は19世紀の最大の弾性学者と言われたサン-ブナン (Barré de Saint-Venant, 1797–1866) の弟子の中で、特に傑出した研究成果を残したとされている人物である。ブシネスクは、19世紀前半に活躍していた数学者たちの論文を研究し、その数学の技術によって弾性学的な問題への独自の解析方法を示したほか、光学や熱力学、流体力学といった数理物理学の多くの分野に業績を残したことが知られている⁸⁾。ブシネスクの研究については、論文[A]以降の長岡の地震研究のいくつかの学術論文でも挙げられている。

論文[A]の第2段落目以降から、実験の方法、実験装置や器具の仕組み、実測値から密度や弾性率、弾性波の伝搬速度を算出するための原理式の説明が続いている。原理式では、サン-ブナンの弾性力学における原理式を土台としている。また、実験で得た値から伝搬速度を求めるために、

約80種の日本産岩石の標本それぞれについて計測して密度を算出し、この値から弾性率と剛性率を算出して地殻の地質学的年代の順に示している。ここからの結論として、弾性波の伝搬速度は地殻の表面よりも内部の方がより大きくなることを指摘し、地震学者大森房吉（1868–1923年）が算出していた初期微動の伝搬速度についても検討を行った上で、地殻内部を通る弾性波は地殻を構成する様々な弾性的な性質を持った多数の岩石の存在によってあらゆる方向への分散や反射、屈折といった光学現象に類似した振る舞いをとることを推察している*2。

先行研究で指摘されているように、論文[A]では実験的な方法が取られたことは明らかである。しかし、長岡が論文[A]で目指したことは、先に引用した論文[A]の冒頭箇所でも長岡が述べているように、後の実験的な研究のためというよりは地震波の伝搬速度の算出とその振る舞いという、物理学と地震学それぞれの課題に対してより強固な理論的考察を行うためのものであった。そして、その理論的考察の特徴として、特に19世紀前半のフランスの数理解物理学の成果である弾性学の研究を前提としていたことを挙げることができるといえる。

3.3 1903年論文に用いられている理論的手法

論文[B]の冒頭で、長岡は以下のように述べている（下線は引用者による）：

本研究の目的は、湖に観測されるセイシと津波が類似した現象であることを、流体力学的な側面から示すことである¹。これはおそらく、震災予防調査会の報告第34巻において大森教授が示している、液体振子説の検証の進展に貢献するものである³。

グリーンによる、運河について適当な大き

さと深さに切り取った正方形の領域における波動に関する研究²は、正方形でない場合にも拡張でき、セイシという名で知られる現象にも適用することができる。また、同時に、しばしば私たちの海岸に大きな災害をもたらすような津波の持つ一般的な性質に結び付けることができる¹⁰。

冒頭の第1文（下線1）は論文[B]の目的を示している。すなわち、流体力学による見解から、セイシと津波は類似した現象であるということを示すことが、論文[B]での議論の目的である。第2段落（下線2）において、長岡は、19世紀にイギリスで応用数学の成果を挙げたことで知られるグリーン（George Green, 1793–1841）が行った運河の1セクションにおける波動の計算をセイシの波動の計算に当てはめることで、周期的に大きな災害をもたらす津波の性質についても論じることができるとしている。

グリーンは、既にフランスにおいて分子構造を仮定することによって築かれていた弾性論の基本的な枠組みとは全く違った、分子構造を仮定せずに弾性方程式を立式する方法を提唱した。これは、当時芽吹いたばかりであった、ポテンシャル関数を用いて立式するという新たな方法を、弾性論に導入したものであった¹¹。

論文[B]において、長岡は、湖水に伝わる波の伝搬速度をポテンシャル関数 $\varphi(x)$ として定義し、次のような連続方程式を立てることから計算を始めている（[式2-1]）：

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{[式2-1]}$$

ここで導いた関数 φ の解が、グリーンによる運河の場合の計算結果と同様であるとして、セイシについて論じている。そして、地震学者によって観測された津波の様子について解説を行い、ここでの結論が、将来の津波を予測する理論として確立

*2 大森は、1899年に初期微動と震源からの距離についての関係式 $51y = x - 24.9$ （大森公式。y：初期微動の継続時間、x：今日という震央距離。今日用いられる式 $x = 7.42y$ の前身である）を導出し、この関係式を用いて1898年の観測報告から初期微動の伝搬速度を12.9km/秒と算出した。長岡はこの初期微動の伝搬速度について検討を行った。日本物理学会、1978、『日本の物理学史——上：歴史・回想編——』。神奈川：東海大学出版会。162–163。

*3 「液体振子説」は、大森によって提唱された、海岸での波の高さを決定する主要な要因に海岸が入江や湾といった特有の地形による波の固有振動の周期があるとする仮説である。この仮説は、長岡の研究も含む、1890年代後半から1900年代初期の日本における津波研究において注目されていた。板倉聖宣・木村東作・八木江里、1973、『長岡半太郎伝』。東京：朝日新聞社。232。

されることを望むとして、論文 [B] を締めくくっている¹²⁾。

3.4 小括

本節では、論文 [A] と論文 [B] における理論的手法について分析した。論文 [A] では、19世紀前半のフランスにおいて確立した弾性論や光学理論における原式や関係式から地震波の伝搬速度を算出する方法や伝搬の様子を説明することにより、実験から得られたデータについて検証していた。論文 [B] では、波の伝搬速度をポテンシャル関数として表して振動についての方程式を立てることによって解を求めることから、津波や地震波の伝搬の振る舞いについて説明しており、論文 [A] での19世紀前半のフランスでの潮流とは異なる方法論に基づいていた。以下から、前者の傾向を理論的手法1、後者の傾向を理論的手法2として、両論文以降に発表された地震研究に関する論文における傾向について検討する。

4. 1905年以降の地震研究に用いられている理論的手法

4.1 本節の目的

長岡が個人の研究テーマとして1905年の論文を発表以降、長岡は亡くなる直前まで調査事業として、また個人のテーマとして地震研究を続けていた。ただし、1930年代以降はそれまでの地震波の伝搬等に関する研究から地球物理学全般へ長岡の関心の対象が広がっており、1920年代までとは様相が異なる。このため、本稿では1920年代までの論文を扱うこととし、本節では1905年～1920年代の論文に用いられている理論的手法について分析する(表1)¹³⁾。便宜上、1900年代後半の論文と1910年代～1920年代の論文というように、節を分けて論じる。

4.2 1900年代後半の論文に用いられている理論的手法

まず、論文 [05a]、論文 [05b] は、地震によって生じる振動の伝搬速度とその伝搬の様子を研究対象とした論文である¹⁴⁾。

表1 1905年～1920年代の長岡の地震・津波研究の学術論文と用いられている理論的手法

表記	出版年月日	論文タイトル	理論的手法
[05a]	1905年5月21日	地球の剛性率と地震波の伝搬速度	1
[05b]	1905年12月16日	地震波における副振動の存在	1
[06a]	1906年2月17日	遠地地震の減衰進行波とその形跡について	2
[06b]	1906年3月15日	地震波の拡散	2
[06c]	1906年3月15日	遠地地震の群速度	1
[06d]	1906年5月13日	円形領域の表面荷重による歪み	1
[06e]	1906年5月13日	定常的表面波	1
[06f]	1906年9月2日	地震学への応用を含む円形領域の表面荷重による歪み	1
[06g]	1906年9月2日	定常的表面振動	1
[07a]	1907年1月	地球の脈動とクラカタウ火山の噴火	1
[07b]	1907年3月	余震を示す地震の余波現象	1
[07c]	1907年6月5日	海面波の進行についてのノート	2
[07d]	1907年11月	小田原の海溢についてのノート	2
[12]	1912年3月1日	地球物理学的現象に対する応用を含む表面荷重の問題	2
[19]	1919年10月	回転する流体内にある円筒の振動の物理学的側面	2
[26a]	1926年11月12日	地球内部における物質の弾性率と温度	1
[26b]	1926年12月12日	地球内部における密度と弾性定数の変化	1
[27a]	1927年1月12日	非対称振動	2
[27b]	1927年1月12日	地震波線の経路	1
[27c]	1927年2月12日	有限振幅の非対称振動	2
[27d]	1927年5月12日	円形領域にかかる表面荷重による半無限弾性体の歪み	1

「論文タイトル」の翻訳は筆者による。先行研究における翻訳を参考としながら筆者が本文の内容からより適切としたものである。たとえば、板倉聖宣・木村東作・八木江里, 1973. 『長岡半太郎伝』。東京: 朝日新聞社。360-368, 368-372, 526-532.

論文 [05a] については、木村が、1900年代後半における長岡の地震研究の皮切りとなっただけでなく、地震波伝搬に関する最初の理論的研究に関する論文であると分析している。論文 [05a] では、論文 [A] においても用いていた弾性学の方法を用いて地震波の伝搬速度について論じようとしている。論文 [05a] では地球を回転する剛性体と見て回転周期の比率と弾性定数との関係式から弾性波すなわち地震波の伝搬速度を算出しており、この手順は理論的手法1に当てはまると言える¹⁵⁾。

論文 [05b] は、物理学者日下部四郎太 (1885–1924年) の岩石の剛性率と震源の関係についての研究を紹介した上で、地震の「副振動 (Secondary Vibrations)」が地殻内部で震源から伝搬し拡散していく様子を、物理学者レイリー卿 (John William Strutt, Lord Rayleigh, 1842–1919) による音の伝搬と振動の方程式をもとに、岩石における弾性的な力を u として力学的伝搬の関係式を解くことによって説明しようとしている*4。ここで長岡は、 p , q は異なる2つの周波数, n , a は定数としている。また、長岡は数式中のEとFについて特に説明していないが、関数の形式から弾性波の振幅の大きさを表す定数としていていると思われる¹⁶⁾：

$$\frac{d^2u}{dt^2} + n^2u + au^2 = E \cos pt + F \cos(qt - \varepsilon) \quad \text{[式3-1]}$$

以上の論文は、弾性論における原理式や関係式から、地震波の伝搬の速度と振る舞いを説明している点から、理論的手法1が用いられている論文と言える。

論文 [06a], 論文 [06b] は、減衰進行波の伝搬の様子と広がり方を研究対象としており、論文 [05a] および論文 [05b] での議論を拡張した内容である¹⁷⁾。

論文 [06a] では、先に「減衰進行波 (on damped progressive waves)」について論じることで、「遠地震 (distant earthquakes)」による地震波の進行の

様子を説明している。長岡は、「数物理学 (mathematical physics)」において主に電磁気学的な振動に用いられている「通信士の方程式 (the equation of telegraphist)」*5は、媒質を伝わる光や不均一な弾性体を伝わる振動を表す際にも用いることができるとし、弾性体を伝わる減衰進行波を以下の方程式によって表すことができるとしている。ここで長岡は、 t は時間, x は地点, c は光速, β は定数, γ は弾性学的性質を示す係数, $U = e^{-\beta u}$ (u は t と x に依存する変位関数) としている¹⁸⁾：

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\beta \frac{\partial U}{\partial t} - \gamma^2 U \quad \text{[式3-2]}$$

論文 [06b] では、論文 [06a] での減衰進行波についての方程式に、遠方へ地震波が伝わる際には、山や湖といった障害物がある場合の条件を加えて、地震波が障害物によって分散する様子を論じようとしている。

以上の論文2点における理論的手法は、ポテンシャル関数を用いる方法論に通じていることから、理論的手法2が用いられている論文といえる。

論文 [06c] は、論文 [A] と同様に冒頭でブシネスクなどの名を挙げた上で、複数の振動波の和についての式 u ([式3-3]) から震源から離れた距離における地震波の群速度 G (Group Velocity) ([式3-4]) を算出する手順を示し、この妥当性を既に発表されていた大森による地震計の測定値から検証している。ここで長岡は、数式中の記号について特に説明していないが、数式中の波動関数の形式から、 t は時間, T は各地震波の周期, V は各地震波の伝搬速度を示していると思われる¹⁹⁾：

*5 長岡は、「通信士の方程式」を以下の式によって示している：

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\beta \frac{\partial U}{\partial t}$$

ここで、 t は時間, x は地点, c は光速, β は定数, $U = e^{-\beta u}$ (u は t と x に依存する変位関数)。今日では電信方程式 (telegraphic equation) と呼ばれる、偏微分方程式と同様の形である。長岡は、この式が電気力学をはじめとする数物理学の分野で用いられていることを示した上で、この式に弾性学的性質を示す係数である γ を含む項 $-\gamma^2 U$ を加えることで、弾性体を伝わる波の振る舞いを表そうとしている。関口忠, 1963. 『現代電気工学講座 電気回路II』。東京：オーム社, 224–225。

*4 レイリー卿は、弾性学での振動に関する理論的研究とともに弾性表面波の理論的研究を行ったことから、弾性表面波は特にレイリー波とも呼ばれている。レイリー卿はこの波が地震研究において重要であるとしている。ティモシェンコ, ステファン・P (最上武雄監訳, 川口晶宏訳), 2007. 『材料力学史』。東京：鹿島出版会, 296–297。

$$u = A \left\{ \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_1} - \frac{x}{V_1 T_1} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_2} - \frac{x}{V_2 T_2} \right) \right\} \quad [式3-3]$$

$$G = \frac{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}{\frac{1}{T_1 V_1} - \frac{1}{T_2 V_2}} = \frac{\partial \left(\frac{1}{T} \right)}{\partial \left(\frac{1}{TV} \right)} \quad [式3-4]$$

論文 [06d] では、ブシネスクの研究を再び取り上げていている。論文 [06d] の冒頭で、長岡は、ブシネスクが挙げている応力は特殊な場合のみであると指摘し、この論文において「地球物理学的 (geophysical)」な意味において地表の「表面荷重 (surface loading)」による歪みについて議論することは余計なことではないと述べている。ここでの「地球物理学的」の意味について、長岡自身は明確な説明を与えていないが、論文の内容から、降雨や大気による外圧についても考慮して議論を行うことを指していると予想できる。

論文 [06d] において、長岡は、弾性変位の原理式から、応力による表面圧の掛かった水平変位の原理式を導いている。ここで長岡は、 U は水平変位、 λ はラメ定数、 μ は弾性率、 P はP波の伝搬速度、 r は弾性変位ベクトルの径、 a は表面圧の掛かった範囲の面積としている²⁰⁾：

$$U = - \frac{1}{4\pi(\lambda + \mu)} \int \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial a} dP \quad [式3-5]$$

論文 [06c] では、論文 [05b] においても着目した、レイリー卿の表面波の理論を取り上げている。長岡は、表面波の理論が扱える問題は多岐に渡るように思われるが、ほとんど注目されてこなかったと指摘する。この論文において長岡は、地殻を構成する弾性的な性質を持つ固体における表面波の伝搬についての振る舞いをレイリー卿の理論から拡張して議論することを試みている²¹⁾。

論文 [06f] では、論文 [06d] の詳細な計算と考察を行っている。論文 [06f] では、計算の過程の他、計算の結果によって導出された式すなわち「地球物理学的」な条件下での表面圧についての表式の、各条件下の場合の振る舞いをグラフと図に表して示している²²⁾。

論文 [06g] では、論文 [06c] での議論を、固体表面を伝わる「震動 (tremors)」に置き換えて、同様の手順で計算を行い、導出した震動のダイア

グラムと実際に観測された小田原の海面波のダイアグラムが幾何学的に類似しているとしている。後に論じるように、海面波の振動や振る舞いについても、この時期の長岡の研究関心の対象であった²³⁾。

論文 [07a]、論文 [07b] は、地殻を構成する固体物質の弾性学的性質と地震の余波現象を研究対象とした論文である。ここで、論文 [07a]、論文 [07b] における余波現象とは、火山や津波、余震を指す²⁴⁾。

論文 [07a] では、まず、「地球の脈動 (pulsation of the earth)」を楕円球体の自由振動と置き換えて、楕円球体の平均剛性率を、ガラスと銅の剛性率いずれかに近い場合と中間値に当たる場合とでそれぞれ算出している。次に、ここで示した剛性率と自由振動の関係についての仮説を、1883年に数回起こったクラカタウ火山の噴火の周期と、この噴火に伴って起こった津波のデータから検証し、仮説が成り立つことを主張している。

論文 [07b] では、時間の経過に伴う余震の回数の減少率が、次のような式で表せるという仮説を立てている。ここで長岡は、 N は余震の大きさ、 t は経過時間、 λ は余震の減少率の大きさを決める定数としている：

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad [式3-6]$$

長岡は、余震の減少率の大きさを決める定数 λ は、地殻を構成する岩石の弾性学的性質によって、地震波の擾乱の様子が異なることに伴って変化しているとしている。ここで、同じ形を取る放射能物質における放射能の減衰率の関係式が既に知られていることから、自身の仮説も成り立つことを主張している。最後に、長岡は今後この論文で示した仮説が成り立つことを実証できるような実験的研究の方法について提案していることから、長岡は論文 [07b] を実験的な研究を見据えた理論的な土台としても想定していることがわかる²⁵⁾。

以上の論文 [06c] から論文 [07b] は、いずれも理論的手法1が用いられている論文といえる。

論文 [07c] と論文 [07d] は、ともに論文 [B] の研究を引き継いでおり、海面波の伝搬の様子と海岸の地形の関係を研究対象とした論文である²⁶⁾。

論文 [07c] では、海面波の速度を速度ポテンシャル ϕ_n として、波のうねり (the wave motion) の

数 n の和の関数 ζ_n を示している。また、速度ポテンシャル φ を、時間 t によって偏微分することで得られる重力ポテンシャル φ を定義し、重力ポテンシャル φ と速度ポテンシャル φ の関係から、波のうねりの和の関数 ζ_n について次のような方程式を導出している。ここで長岡は、 ρ は地球の平均密度、 g は重力加速度、 h は海の深さ、つまり海底から海面

面までの高さであり、 a は水平面の面積としている²⁷⁾：

$$\frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial t^2} = -n(n+1) \left(1 - \frac{3}{(2n+1)\rho} \right) \frac{h}{a^2} g \zeta_n \quad \text{[式3-7]}$$

論文 [07d] は、小田原や国府津といった、しばしば津波が押し寄せる海岸の地形と、津波の高さの関係について、「初歩的な流体力学の問題 (elementary hydrodynamical problem)」として論じようとしたものである。長岡は、ここで論じるための流体力学の方程式を、波の速度ポテンシャル関数 φ を用いて次のように示している。長岡は g 、 ρ 、 p の説明を与えていないが、流体力学の基本的な考え方から、 g は重力加速度、 ρ は密度、 p は圧力場を示していると思われる²⁸⁾：

$$p = g\rho y - \rho \frac{\varphi}{t} - \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \quad \text{[式3-8]}$$

以上のことから、論文 [07c] と論文 [07d] は理論的手法2が用いられている論文と言える。

4.3 1910年代～1920年代の論文に用いられている理論的手法

論文 [12] と論文 [19] は、「地球物理学的」現象下での波が面や場に伝搬する様子を研究対象とした論文である²⁹⁾。

論文 [12] は、物理学者寺田寅彦(1878–1935年)が1909年に発表した論文に対して、理論的な検証を行ったものである。寺田はこの論文のなかで、降雨や洪水などによる表面荷重の移動によって引き起こされる大気圧の変化が、地震の回数に影響すると指摘していた。長岡は、表面荷重の移動が起こる原因について、降雨や洪水に加えて、地殻内で圧縮や質量欠損によって引き起こされる歪みとの関係を挙げ、これらを「地球物理学的現象 (geophysical phenomena)」として弾性論的な視点から検証する方法を示している³⁰⁾。

長岡は、「地球物理学的現象」によって地表面に

圧力がかかったとき、重力の地域的な摂動があるとする。このときの表面圧のポテンシャル V を、次のように示している：

$$V = \frac{\gamma}{g} \int \frac{p}{r} d\sigma \quad \text{[式3-9]}$$

長岡は、表面圧のポテンシャル V から、等圧線の傾斜角を φ_g として次のように表すことができるとしている。ここで $dP = p d\sigma$ とし、 P をある地表面にかかる圧力としている。 σ は歪みを示すと思われる：

$$\varphi_g = \frac{1}{g} \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{[式3-10]}$$

ここまでは19世紀後半イギリスの弾性学者チュリー (Charles Chree, 1860–1928) らによって既に得られていることを指摘した上で、長岡は表面圧のポテンシャル V から、地表面に垂直な方向の変位 w を導出し、表面圧のポテンシャル V と大気圧との直接的な関係を示すことによって、「地球物理学的」な議論に繋げることを試みている³¹⁾。論文 [12] は興味の対象が地震波や津波の伝搬速度ではなく、波が伝わる面や場に向けられており、対象に係る性質をポテンシャルとして表記し方程式を立てて論じているのである。論文 [12] には理論的手法2が用いられていると言える。

論文 [19] は、回転する流体内での物体の振動を論じたものである。木村は、長岡が論文 [19] を発表した前年に、大森らによって行われた風による鉄筋コンクリートの煙突の振動実測から、自身の波についての研究に繋がたとしている³²⁾。

長岡は、流体の速度ポテンシャル φ を定義して、次のような「流体力学の方程式 (the hydrodynamical equation)」を示している。ここで長岡は、 ρ は密度、 p は圧力場としている。長岡は数式中の $F(t)$ について特に説明していないが、ここで定義しているある時点 t においてある位置 x 、 y に働く外力を表していると思われる³³⁾：

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right\} + F(t) + \text{const} \quad \text{[式3-11]}$$

以上のことから、論文 [19] には理論的手法2が用いられていると言える。

1926年に長岡は論文 [26a] を皮切りとして、論

文 [A] を引き継ぐ研究を再開する。論文 [26a] では、地表面からの深さを変化させた場合の、P波とS波の伝搬速度と、ポアソン比と呼ばれる剛性率と密度の比率について、それぞれの振る舞いの変化をグラフに示して比較している。この比較に対する考察において長岡は、地表面からの深さが大きくなるに連れてポアソン比とP波の伝搬速度がともに大きくなり、これは地表面からの深さによって地殻を構成する岩石の弾性率の異なることに起因すると指摘している。また、ポアソン比の上昇はある一定の大きさに達すると停滞し、その大きさは圧力に比例する地球内部の温度を規定すると長岡は指摘している。この関係を活用することにより、長岡は地震波の伝搬速度から地球内部の構造を予想できると示している³⁴⁾。

論文 [26b] では、長岡はS波とP波の伝搬速度、および地球内部の密度と弾性率の関係についての方程式を立てている。たとえばS波の伝搬速度について、位置 z における地殻の密度を ρ として次のような方程式を示している：

$$\frac{\partial \mu}{\partial z} - S^2 \frac{\partial \rho}{\partial z} = \rho \frac{\partial S^2}{\partial z} \quad [\text{式 3-12}]$$

これを解いた結果に既知の実測値を適用することで、地球内部の構造についての考察を行っている³⁵⁾。

論文 [26a]、論文 [26b] はともに、地震波と弾性学的性質の関係式から「地球物理学的」な問題を論じている点で、理論的手法1が用いられている論文と言える。論文 [26a]、論文 [26b] が論文 [07b] までと異なる点は、地震波の伝搬と地震に伴って起こる現象を論じるに留まらず、地震波の伝搬の様子から地球内部の構造を説明する方法を示している点である。いずれも、それぞれ理論的手法1を用いながら、新たな研究の方面を示したものであったと言える。

論文 [27a] は、地震波の地殻の伝搬を論ずるために、「非対称振動 (asymmetric vibrations)」が地殻を伝搬する様子について論じている。長岡は、地殻内での波の振動を質点の運動と捉えて、以下の式によって釣り合いの位置 z における質点のもつ運動エネルギーを示している。ここで長岡は、 m は質点の質量、 a は初速の運動エネルギー、 f 、 g は復原力に関する定数としている³⁶⁾：

$$\frac{m}{2} \left(\frac{d\xi}{dx} \right)^2 = a - f \frac{\xi^2}{2} + g \frac{\xi^3}{3} \quad [\text{式 3-13}]$$

論文 [27b] は、論文 [A] よりも全面的に地震波の伝搬を光学現象に例えて論じている。論文 [27b] では、地震波が地球内部を伝搬する様子を「地震波線 (seismic rays)」として、その進む様子を、「光線 (light rays)」の進む様子に置き換えることによって論じることを試みている。長岡は、地震波線と地球の中心からの距離の成す角 ϕ を、次のような光学で用いられる屈折の法則を用いて算出し、幾何学的に地震波線の長さを算出する方法を示している。ここで長岡は、 n_0 は入射光の屈折率、 ϕ_0 は入射角、 n は屈折光の屈折率としている：

$$n_0 \sin \phi_0 = n \sin \phi = \text{const} \quad [\text{式 3-14}]$$

これは地震波を、光が媒質を進む際に生じる屈折や分散という現象に置き換えて説明できることを示し、この手順によって地震の観測から地球内部の構造を知ることができると長岡は主張している³⁷⁾。

論文 [27c] では、論文 [27a] で示した運動エネルギーの表式 ([式 3-13]) を用いて、波の振幅が有限であった場合について論じている。これは、論文 [27a] と同様に地震波の振動を、運動エネルギーを導入して力学的運動として捉え直したものである。また、論文 [27c] では、天体力学において用いられる計算について言及して議論するといった新たな特徴も見られる³⁸⁾。

論文 [27d] は、論文 [06d]、論文 [06f] での理論的考察を、実験的研究によって検証したものである³⁹⁾。木村は、論文 [27d] の研究について、論旨は論文 [06d]、論文 [06f] と同様であり、1900年の岩石の弾性率の研究、すなわち論文 [A] における「地球物理学の研究のために、実験室内で地殻や岩石の物理的性質や変化を調べよう」とする意図を再び取り上げたとしている。ただし、ここでの目的と手法とは、実験的研究の対象そのものに対してというよりは、地球内部の構造という課題に対し、より強固な理論的考察を行うためのものであったと言える。また、木村も指摘するように、論文 [27b] では長岡は論文 [A] よりも全面的に地震波の伝搬を光学現象に例えて論じている⁴⁰⁾。

以上の分析から、1927年の論文のなかで論文

[27a] と論文 [27c] は理論的手法2, 論文 [27b] と論文 [27d] は理論的手法1が用いられている論文であると考えられる。

4.4 小括

本節では、1905年～1920年代の長岡の地震研究の論文に用いられている理論的手法について分析した。本節の分析から、1905年以降に長岡が個人のテーマとしても開始した地震研究に関する論文において、長岡は地震波、もしくは弾性体中や流体中を伝搬する振動波の伝搬のメカニズムを説明することを目指して、2通りの理論的手法を研究対象や研究活動の時期には関わらずに用いていたことが明らかにされた。

5. おわりに

本稿では、長岡の地震研究のなかで1900年代～1920年代の学術論文を対象としてその内容を詳細に分析することで、長岡の地震研究に用いられている理論的手法について再検討した。

本稿の分析から、この時期の長岡の地震研究では地震波、もしくは弾性体中や流体中を伝搬する振動波の伝搬のメカニズムを説明することを目指して、特徴的な理論的手法が大きく2通り用いられていることを明らかにした。一方は1900年の論文を皮切りとする、弾性学の原理式を用いる19世紀前半のフランスの弾性論の潮流に通ずるような傾向、もう一方は波の性質に関するポテンシャル関数を定義しその連続方程式から現象を説明するという、波動論のような19世紀半ば以降に登場した数理物理学の新たな潮流に通ずる傾向を特徴とするものであった。特に後者の特徴があったことについては、より踏み込んだ分析を行った本研究によって明らかにした。

後者の波動論的な手法が見出された意義については、長岡の地震研究以外の他の理論的な研究についても同様に分析を行った上で、地震研究と同様に震災予防調査会の調査事業を契機とした地磁気や重力測定論文に用いられている数理物理学的な手法について検討することも視野に入れる必要がある。この検討については本稿の目的を越えるため、次の課題としたい。

また、これらの理論的手法の相違は、研究対象や研究活動の時期には関わらないものであった。つまり長岡は、上記の2通りの手法を地震や津波

といったローカルな自然災害現象を理解して説明するために併用していたといえる。

今後は、本稿で得た理論的手法の特徴を手掛かりとして、ノート類などの研究成果に至るまでの過程について学説史的な検討を進めることで、長岡の研究活動全体における地震研究についての位置づけについて再検討することが望まれる。

謝 辞

本稿の分析および執筆に当たって、有賀暢迪氏（一橋大学大学院言語社会研究科）、室谷智子氏（国立科学博物館理工学研究部）にご指導とご助言をいただきました。また、本稿は執筆者の修士論文「物理学者長岡半太郎の地震・津波研究の研究手法——1900–1927年の学術論文・ノート類・草稿の分析から——」（東京工業大学、2021年、学術）の一部を発展させたものであり、多久和理実氏をはじめとする東京工業大学の先生方、皆様にご指導とご助言をいただきました。皆様に、この場を借りて御礼申し上げます。

参考文献

- 1) たとえば、板倉聖宣・木村東作・八木江里、1973. 『長岡半太郎伝』。東京：朝日新聞社。
- 2) 菱木風花、2021. 「国立科学博物館所蔵「長岡半太郎資料」に含まれるノート類の再検討——教授時代と理研時代を対象として——」。国立科学博物館研究報告E類（理工学）、44: 1–15, 4–15.
- 3) 板倉・木村・八木、1973. 367–368.
- 4) 板倉・木村・八木、1973. 368.
- 5) 論文タイトルの翻訳は筆者による。Nagaoka, H., 1900. Elastic constants of rocks and the velocity of seismic waves. *Publications of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages*, 4: 47–67.
- 6) たとえば、日本物理学会、1978. 『日本の物理学史——上：歴史・回想編——』。神奈川：東海大学出版会。161.
- 7) 翻訳は筆者による。Nagaoka, 1900. 47–48.
- 8) ティモシェンコ、ステファン・P（最上武雄監訳、川口晶宏訳）、2007. 『材料力学史』。東京：鹿島出版会。296–297.
- 9) Nagaoka, H., 1903. On destructive Sea Waves (Tsunami). *Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Hōkoku 2nd Series*, 1(15): 126–136. 邦文の論稿が『東洋学藝雑誌』に掲載されている。長岡半太郎、1903. 「津浪ニ就キ」。東洋学藝雑誌, 257: 43–46. 板倉・木村・八木、1973. 231.

- 10) Nagaoka, 1903. 126–127.
- 11) ティモシェンコ, 2007. 196–197.
- 12) 数式は127頁に書かれている. Nagaoka, 1903. 127–136.
- 13) 1930年代以降の長岡の研究関心の広がりについては、この時期の長岡の地震研究を含めた地球物理学研究についての木村の分類を参考にした. 板倉・木村・八木, 1973. 527.
- 14) Nagaoka, H., 1905(a). The rigidity of the earth and the velocity of seismic waves. *Proceedings of the Tokyo Physico-Mathematical Society 2nd Series*, **2**(22): 353–356. Nagaoka, H., 1905(b). On the existence of secondary vibrations in seismic waves. *Proceedings of the Tokyo Physico-Mathematical Society 2nd Series*, **2**(28): 443–446.
- 15) 板倉・木村・八木, 1973. 360–361.
- 16) 数式は445頁に書かれている. Nagaoka, 1905(b). 444–445.
- 17) Nagaoka, H., 1906(a). On damped progressive waves and the formation of tail in distant earthquakes. *Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi-Gaiyō 2nd Series*, **3**(1): 17–25. Nagaoka, H., 1906(b). Dispersion of seismic waves. *Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi-Gaiyō 2nd Series*, **3**(2): 44–51.
- 18) 数式は17頁に書かれている. Nagaoka, 1906 (a). 17–24.
- 19) 数式は52–53頁に書かれている. Nagaoka, H., 1906(c). Group velocity in distant earthquakes. *Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi-Gaiyō 2nd Series*, **3**(2): 52–55.
- 20) 引用は75頁. 数式は76頁に書かれている. Nagaoka, H., 1906(d). Strains produced by surface loading over a circular area. *Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi-Gaiyō 2nd Series*, **3**(2): 75–78.
- 21) Nagaoka, H., 1906(e). Stationary surface waves. *Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi-Gaiyō 2nd Series*, **3**(2): 79–82.
- 22) Nagaoka, H., 1906(f). Strains produced by surface loading over a circular area with applications to seismology. *Publications of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages*, **22**: 1–15.
- 23) Nagaoka, H., 1906(g). Stationary surface tremors. *Publications of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages*, **22**: 17–25.
- 24) Nagaoka, H., 1907(a). Pulsation of the earth and eruption of Krakatoa. *Proceedings of the Tokyo Physico-Mathematical Society (Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi) 2nd Series*, **4**(1): 35–43. Nagaoka, H., 1907(b). On a Residual Phenomenon illustrating the Aftershocks of Earthquakes. *Proceedings of the Tokyo Physico-Mathematical Society (Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi) 2nd Series*, **4**(3): 66–68.
- 25) Nagaoka, 1907(b). 66.
- 26) Nagaoka, H., 1907(c). Note on the propagation of oceanic waves. *Proceedings of the Tokyo Physico-Mathematical Society (Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi) 2nd Series*, **4**(5): 113–114. Nagaoka, H., 1907(d). Note on the bore in Odawara. *Proceedings of the Tokyo Physico-Mathematical Society (Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi) 2nd Series*, **4**(10): 210–212.
- 27) Nagaoka, 1907(c). 114.
- 28) Nagaoka, 1907(d). 211.
- 29) Nagaoka, H., 1912. The problem of surface loading with applications to geophysical phenomena. *Proceedings of the Tokyo Physico-Mathematical Society (Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi) 2nd Series*, **6**(14): 208–215. Nagaoka, H., 1919. Physical Aspects of Vibrations of a Cylinder in a Liquid with Circulation. *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan 3rd Series*, **1**(10): 277–283.
- 30) Terada, T., 1908. On the Relation between Seismic Frequency and Isobar Gradient. *Proceedings of the Tokyo Physico-Mathematical Society. (Tōkyō Sūgaku-Butsurigakkwai Kizi) 2nd Series*, **4**(22): 454–459. 同様の内容で邦文論文もある. 寺田寅彦, 1909. 「地震ト頻度ト氣壓ノ勾配トノ關係ニ就テ。」*氣象集誌*, **28**(1): 1–11.
- 31) 数式は210頁に書かれている. Nagaoka, 1912. 208–209.
- 32) 板倉・木村・八木, 1973. 370.
- 33) Nagaoka, 1919. 277.
- 34) Nagaoka, H., 1926(a), Elasticity and temperature of the material in the interior of the earth. *Proceedings of the Imperial Academy*, **2**(9): 484–488.
- 35) 数式は530頁に書かれている. Nagaoka, H., 1926(b). Variation of density and of elastic constants in the interior of the earth. *Proceedings of the Imperial Academy*, **2**(10): 529–535.
- 36) 数式は23頁に書かれている. Nagaoka, H., 1927(a). Asymmetric Vibrations. *Proceedings of the Imperial Academy*, **3**(1): 23–27.
- 37) 数式は28頁に書かれている. Nagaoka, H., 1927(b). Trajectories of Seismic Rays. *Proceedings of the Imperial Academy*, **3**(1): 28–32.
- 38) Nagaoka, H., 1927(c). Asymmetric vibrations of finite amplitudes. *Proceedings of the Imperial Academy*, **3**(1): 61–63.
- 39) Nagaoka, H., 1927(d). Strain of a semi-infinite elastic solid by surface loading over a circular area. *Proceedings of the Imperial Academy*, **3**(5): 271–274.
- 40) 引用は板倉・木村・八木, 1973. 529.